**Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение**

**«Гвардейская школа-гимназия №2»**

**Симферопольского района Республики Крым**

**ПРИЕМЫ РЕШЕНИЯ**

**ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ**

**ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ**

**Разложение на множители**

Метод разложения на множетели заключается в следующем: если

то всякое решение уравнения является решение совокупности уравнений

**Пример**  *Решить уравнение .*

**Решение.** Используя основное тригонометрическое тождество, уравнение представим в виде



*Ответ.* ; .

**Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение**

**Пример**  *Решить уравнение .*

**Решение.** Применим формулу, получим равносильное уравнение





*Ответ.* 

**Пример**  *Решить уравнение .*

**Решение.** В данном случае, прежде чем применять формулы суммы тригонометрических функций, следует использовать формулу приведения . В итоге получим равносильное уравнение



 

*Ответ.* , .

**Решение уравнений приобразованием произведения тригонометрических функций в сумму**

**Пример**  *Решить уравнение *

**Решение.** Применив формулу , получим равносильное уравнение:



*Ответ.* , .

**Пример**  *Решить уравнение .*

**Решение.**

.

*Ответ.* .

**Решение уравнений с применением формул понижения степени**

**Пример**  *Решить уравнение .*

**Решение.**







.

*Ответ.*  .

**Равенство одноименных тригонометрических функций**







**Пример**  *Решить уравнение .*

**Решение.**



*Ответ.* , .

**Домножение на некоторую тригонометрическую функцию**

Рассмотрим суммы вида





Данные суммы можно преобразовать в произведение, домножив и разделив их на , тогда получим



Указанный прием может быть использован при решении некоторых тригонометрических уравнений, однако следует иметь в виду, что в результате возможно появление посторонних корней. Приведем обобщение данных формул:







**Пример**  *Решить уравнение .*

**Решение.** Видно, что множество  является решением исходного уравнения. Поэтому умножение левой и правой части уравнения на  не приведет к появлению лишних корней.

Имеем .

*Ответ.* ; .

**Пример**  *Решить уравнение .*

**Решение.** Домножим левую и правую части уравнения на  и применив формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму, пролучим



Это уравнение равносильно совокупности двух уравнений  и , откуда  и .

Так как корни уравнения  не являются корнями уравнения, то из полученных множеств решений следует исключить . Значит во множестве  нужно исключить .

*Ответ.*  и , .

**Пример**  *Решить уравнение .*

**Решение.** Преобразуем выражение :



Уравнение запишется в виде:



Принимая , получаем . , . Следовательно

*Ответ.* .

**Сведение тригонометрических уравнений к алгебраическим**

**Сводящиеся к квадратным уравнениям**

**Пример**  *Решить уравнение .*

**Решение.** Перенесем  в левую часть, заменим ее на ,  и  выразим через  и .

После упрощений получим: . Разделим почленно на , сделаем замену :



Возвращаясь к , найдем .

Ответ: 

**Уравнения, однородные относительно , **

**Пример**  *Решите уравнение .*

**Решение.** Это уравнение однородное первой степени . Разделим обе его части на  получим: , , , .

*Ответ.* .

**Пример**  *Решите уравнение .*

**Решение.** Это уравнение однородное второй степени. Разделим обе чести уравнения на , получим: . Пусть , тогда , , . , , ; , , .

*Ответ.* .

**Пример**  *Решите уравнение .*

**Решение.** Преобразуем уравнение к однородному:





Разделим обе части уравнения на , получим уравнение:

 Пусть , тогда приходим к квадратному уравнению: , , , , .





*Ответ.* .

**Пример**  *Решите уравнение .*

**Решение.** Возведем обе части уравнения в квадрат, учитывая, что они имеют положительные значения:

,

,





Пусть , тогда получим , , .



*Ответ.* .

**Уравнения, решаемые с помощью тождеств **

Полезно знать следующие формулы:



**Пример**  *Решить уравнение .*

**Решение.** **





*Ответ.* 

**Пример**  *Решить уравнение .*

**Решение.** Преобразуем выражение :

.

Уравнение запишется в виде:



Принимая , получаем . , . Следовательно

*Ответ.* .

Литература

1. Потапов М.К. и др. Конкурсные задачи по математике: Справочное пособие. М.:Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1992.
2. Куланин Е. Д. 3000 конкурсных задач по математике. 4-е изд., испр. и доп. – М.: Рольф, 2000.
3. Г.В.Дорофеев, М.К.Потапов, Н.Х.Розов. Пособие по математике для поступающих в вузы. Издательство «Наука», Москва, 1967.
4. В.П.Супрун. Математика для старшеклассников: Нестандартные методы решения задач. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 272 с.
5. Выгодский Я.Я., Справочник по элементарной математике. - М.: Наука, 1970.
6. Шарыгин И.Ф., Факультативный курс по математике: решение задач. - М.: Просвещение, 1991.